



(m,k)-WFQ : Intégration des contraintes temporelles (m,k)-firm dans les réseaux à débit garanti

Anis Koubaa, Ye-Qiong Song, Jean-Pierre Thomesse

► To cite this version:

Anis Koubaa, Ye-Qiong Song, Jean-Pierre Thomesse. (m,k)-WFQ : Intégration des contraintes temporelles (m,k)-firm dans les réseaux à débit garanti. *Revue des Sciences et Technologies de l'Information - Série TSI: Technique et Science Informatiques*, 2005, 24 (8), pp.1013–1046. inria-00000791

HAL Id: inria-00000791

<https://inria.hal.science/inria-00000791>

Submitted on 19 Nov 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

(m,k)-WFQ : Intégration des contraintes temporelles (m,k)-firm dans les réseaux à débit garanti

Anis KOUBAA, Ye-Qiong SONG et Jean-Pierre THOMESSE

LORIA-INPL-UHP Nancy I
LORIA-TRIO, 615, rue du jardin botanique
54600 Villers-Lès-Nancy FRANCE
{akoubaa, song, thomesse}@loria.fr

RÉSUMÉ. Dans les réseaux à commutation de paquets, les ordonnanceurs à débit garanti tels que WFQ (Weighted Fair Queueing) et ses variantes sont largement utilisés pour garantir principalement de la bande passante et par conséquent une borne sur le délai pour les applications temps-réel étant donné que leurs courbes d'arrivées cumulatives de travail sont bornées. Cependant, le délai garanti à une application temps-réel par de tels ordonnanceurs pourrait excéder l'exigence requise par l'application si cette dernière génère un trafic en rafales de tailles importantes. La solution de réservation de débit crête pourrait remédier à ce problème mais au prix d'une sous-utilisation de bande passante. Nous proposons une nouvelle solution qui consiste à intégrer les contraintes temporelles dans le processus d'ordonnement de WFQ. Par conséquent, sachant que plusieurs applications temps-réel tolèrent quelques dépassements d'échéances selon le modèle (m,k)-firm, nous proposons une nouvelle technique d'ordonnement à partage équitable de bande passante, appelé (m,k)-WFQ, qui permet d'étendre WFQ pour considérer en plus les contraintes (m,k)-firm des applications temps-réel. Nous évaluons analytiquement notre proposition en utilisant le formalisme du Network Calculus et nous dérivons la borne sur le délai garantie par (m,k)-WFQ. Les résultats analytiques et la simulation montrent l'avantage de (m,k)-WFQ pour garantir des délais plus petits tout en maintenant l'équité du partage de la bande passante.

ABSTRACT. Guaranteed-Rate (GR) servers, such as Weighted Fair Queueing (WFQ) and its variants, have been widely used to give mainly bandwidth guarantees and consequently delay guarantees for real-time flows provided that their arrivals are upper-bounded. Problems may arise if a bursty traffic with a small service share needs a specific short delay. In fact, the higher the service share is, the lower the delay the flow gets. However, WFQ and its variants are share-driven servers and no temporal constraint is considered in the scheduling process. Therefore, having in mind that many real-time applications could tolerate some deadline misses according to their (m,k)-firm constraints, we propose a new scheduling technique called (m,k)-WFQ which extends WFQ to also consider (m,k)-firm temporal requirement. Analytic expressions using Network Calculus theory are derived to give deterministic upper bound on delay provided by the (m,k)-WFQ scheduler. Analytical Results and simulations show lower average and maximum delays provided by the proposed scheduling algorithm, without much degrading bandwidth fairness.

1. Introduction

Avec l'émergence des applications temps-réel (Vidéo streaming, Voix sur IP, ...) dans les réseaux de commutation de paquets tels que l'Internet et ATM, il devenait nécessaire de fournir (et garantir) de la qualité de service (QoS) pour de telles applications. Pour ce faire, les algorithmes assurant un partage équitable de bande passante tels que WFQ (Demers et al., 1989) et ses variantes (Parekh et al., 1992) (Zhang et al., 1990) (Golestani et al., 1994) (Zhang et al. 1996) (Goyal et al. 1997) sont déployés dans les réseaux à commutation de paquets. Ils fournissent une bande passante constante aux applications temps-réel. On appelle ce type d'ordonnanceurs les **serveurs à débit garanti** (Leboudec et Thiran, 2002). Ils permettent *principalement* de garantir un taux minimum de bande passante aux flux qui partagent un lien de sortie, et *par conséquent*, fournissent des bornes sur le délais pour les flux respectant une contrainte de rafale proposée par Cruz dans (Cruz, 1991a) et étendue par la suite par (Chang, 2000) et (Leboudec et Thiran, 2002). Cependant, le délai garanti par WFQ pourrait être affecté par la nature en rafale des flux. Effectivement, pour un taux de bande passante réservé à une application donnée, le délai des paquets temps-réel augmente quand ces paquets arrivent en rafales de taille importante. Ce phénomène peut conduire à violer les contraintes temporelles de l'application. La solution naïve la plus évidente pour fournir *une garantie déterministe* à tous les messages consiste à augmenter le taux de bande passante allouée à cette application jusqu'à garantir le délai souhaité. Cette solution n'est pas du tout efficace du fait qu'elle conduit à une utilisation inefficace des ressources du réseau. En effet, allouer à un flux plus de bande passante que son besoin réel résulte en une réduction du nombre de flux acceptables par le serveur. Cette limite est le résultat du critère de sélection de paquets de WFQ. En effet, les paquets sont servis ou traités dans l'ordre croissant de leurs étiquettes de temps virtuel de fin de service (Demers et al., 1989). L'étiquette de chaque paquet ne dépend que du taux de partage de la bande passante et de la taille du paquet. Les paquets des flux ayant un taux important de bande passante sont servis plus rapidement. Par conséquent, on remarque que le processus d'ordonnement de WFQ ne considère que le taux de bande passante alloué à chaque flux et ne tient pas compte de leurs contraintes temporelles, *i.e.* le délai requis par chaque flux.

Pour apporter une solution à ce problème, (Wang et al. 2002) ont proposé une technique appelée PWFQ qui combine l'ordonnement à priorité fixe et l'ordonnement à partage de bande passante WFQ. Il s'agit de mieux gérer les bornes sur les délais des différents flux en service. Le résultat de cette méthode est de réduire les bornes temporelles des flux ayant un faible taux de service en leur affectant statiquement des priorités élevées dans une fenêtre temporelle coulissante de taille w unité de temps. Une fenêtre définit un intervalle de temps (virtuel) dans lequel tous les paquets ayant une date virtuelle de fin de service appartenant à cet intervalle sont considérés comme ayant la même date de fin de service. L'ordonneur choisit les paquets pour le service dans l'ordre croissant de leurs priorités. Cette technique conduit au découplage du délai du taux de partage de

bande passante et fournit un délai plus petit aux applications ayant un faible taux de partage bande passante sans beaucoup dégrader les délais subis par les autres applications. Cependant, la limite de cette méthode réside essentiellement dans le choix de la taille de fenêtre optimale et l'attribution des priorités aux différentes applications.

De plus, l'arrivée en rafale des flux conduit inévitablement le serveur à un état de congestion quand les files d'attente deviennent saturées. Les mécanismes prédictifs tels que RED (Floyd et Jacobson, 1993) sont utilisés pour atténuer l'effet de la congestion en rejetant aléatoirement avec une probabilité donnée les paquets arrivant quand la taille de la file d'attente dépasse un certain seuil. Le rejet aléatoire pourrait avoir des effets négatifs sur le bon fonctionnement d'une application temps-réel s'il est mené sans discernement.

Pour résoudre ces problèmes, nous proposons dans cet article une nouvelle technique d'ordonnancement à partage équitable de bande passante tout en tenant compte des contraintes dites (m,k)-firm des applications temps-réel proposées en premier dans (Hamdaoui et Ramanathan, 1995). Spécifiquement, la garantie (m,k)-firm consiste à respecter l'échéance d'au moins m messages parmi n'importe quels k messages consécutifs avec $m \leq k$. L'idée consiste à profiter de la tolérance aux pertes de quelques échéances de certaines applications temps-réel en rejetant sélectivement des paquets en cas de surcharge du réseau tout en respectant leurs contraintes (m,k)-firm. En effet, Hamdaoui et Ramanathan ont montré dans (Hamdaoui et Ramanathan, 1995) que certaines applications temps-réel telles que les flux multimédias et les systèmes embarqués peuvent tolérer occasionnellement le non respect des échéances de quelques messages ou tâches si leurs occurrences ne sont pas successives. De plus, l'étude menée dans (Boyce et Gaglianella, 1998) sur les flux vidéo MPEG montre que l'effet de perte des paquets sur la QoS de l'application dépend de la manière et des instants d'occurrence des pertes. En effet dans (Isovic et al., 2003) les auteurs présentent les critères d'importance des trames dans les flux MPEG-2. A part le critère de type de trames, *i.e.* I, P et B, un autre critère est la position d'une trame de type P dans un groupe d'images. Plus une trame P est placée vers la fin du groupe d'images, moins elle est importante. Ainsi, selon la norme de compression MPEG, la perte d'une trame de type I (Intra-coded) ou d'une trame de type P (Predicted) dans un flux MPEG a en général un impact plus sévère que celui induit par la perte d'une trame B (Bi-directional coded). Par conséquent, en cas de surcharge où il est impossible d'assurer les échéances de tous les paquets d'un flux MPEG, une des possibilités pour diminuer la dégradation de la QoS est de garantir la livraison à temps des trames I et P, si possible, au détriment des trames B. Une étude similaire sur l'effet de perte sur les flux audio est présentée dans (Bolot et al., 1995). En spécifiant pour chaque flux sa contrainte (m,k)-firm, le respect de m messages parmi k permettrait de maintenir une QoS acceptable en évitant de rater les échéances consécutives. En général, le rejet des paquets adéquats selon un profil de perte autorisé bien défini, permet de réduire la charge du système

et résulte en une transmission accélérée des paquets en attente diminuant ainsi leurs temps d'attente. Cette approche réduit les délais maximaux en lissant les rafales.

La motivation de cette étude est d'intégrer les contraintes temporelles (m,k) -firm dans le processus d'ordonnancement de WFQ afin de fournir conjointement les garanties en termes de bande passante et de délais, aux applications temps-réel dans les réseaux à commutation de paquets. Nous adoptons une classification des paquets d'une application selon sa contrainte (m,k) -firm et nous proposons l'algorithme d'ordonnancement (m,k) -WFQ qui étend WFQ pour prendre en compte cette classification et l'exigence temporelle de l'application dans le processus de service. Une étude analytique utilisant le Network Calculus ainsi qu'une évaluation de performance par simulation de (m,k) -WFQ sont détaillées dans cet article. Nous montrons ainsi l'avantage de (m,k) -WFQ comparé à WFQ en termes de garantie de délai pour une même allocation de bande passante. Notons que nous comparons notre approche à WFQ uniquement, étant donné que le contexte de l'étude vise les réseaux à débit garanti qui utilisent l'algorithme WFQ pour le partage de ressources.

Le reste de l'article est organisé comme suit. Le paragraphe 2 présente un bref aperçu sur la notion des contraintes temporelles (m,k) -firm. Le paragraphe 3 montre le principe de l'ordonnancement à partage équitable de bande passante avec WFQ. Dans le paragraphe 4 nous présentons l'algorithme (m,k) -WFQ. Une évaluation analytique utilisant le formalisme du Network Calculus est détaillée dans le paragraphe 5. Le paragraphe 6 montre une évaluation de performances par deux scénarios de simulation illustrant l'avantage de (m,k) -WFQ comparé à WFQ en termes des garanties temporelles fournies aux applications temps-réel et de l'efficacité de gestion de ressources en cas de surcharge. Le paragraphe 7 conclut cet article.

2. La garantie (m,k) -firm

La notion de la garantie (m,k) -firm a été introduite par Hamdaoui et Ramanathan dans (Hamdaoui et Ramanathan, 1995) pour caractériser les contraintes temporelles des applications temps-réel tolérantes aux pertes et exprimer le profil de pertes toléré par une application temps-réel. Explicitement, une application requiert une garantie (m,k) -firm, si au moins m paquets parmi n'importe quels k paquets consécutifs doivent respecter leurs échéances temporelles. Le fonctionnement correct de l'application serait toujours maintenu tant que cette condition serait satisfaite. Néanmoins, l'application serait considérée en échec s'il existait une fenêtre de k paquets consécutifs ayant plus de $(k-m)$ paquets ratant leurs échéances.

Dans cet article, nous définissons le concept du κ -pattern comme étant le profil de perte que peut tolérer une application temps-réel tout en respectant sa contrainte temporelle (m,k) -firm. Il permet de spécifier l'organisation acceptable des pertes des échéances dans une fenêtre de k paquets consécutifs.

Définition 1.

Le κ -pattern d'une application temps-réel ayant une contrainte temporelle (m,k)-firm est défini par la succession de k éléments de l'alphabet $\Delta = \{O, C\}$ tel que :

$$\begin{cases} O & \text{représente un paquet Optionnel} \\ C & \text{représente un paquet Critique} \end{cases}$$

et contient exactement m symboles 'C'.

On représente par $\kappa(i)$ le $i^{\text{ème}}$ élément du κ -pattern .

En utilisant le concept du κ -pattern, les paquets de l'application sont divisés en deux sous-ensembles : celui des paquets critiques et celui des optionnels.

Pour satisfaire la contrainte (m,k)-firm de l'application temps-réel, il suffit que tous les paquets critiques respectent leurs échéances temporelles. Cependant, le rejet ou la transmission d'un paquet optionnel dépend de l'algorithme d'ordonnancement. Le non-respect des échéances de tout ou partie des paquets optionnels ne devrait pas affecter sévèrement la qualité de service temporelle fournie à l'application. Dans ce cas, on dit que la qualité de service est « gracieusement » dégradée (en anglais *Graceful Degradation*) c'est-à-dire, qu'elle est dégradée d'une manière acceptable et tolérable.

Par exemple, une application ayant une contrainte de type (3,5)-firm peut satisfaire plusieurs κ -patterns ('COOCC', 'COCOC', 'CCOCO',...) de longueur 5 et ayant exactement 3 paquets critiques. Par conséquent, la classification de tous les paquets d'une application respecte la proposition suivante.

Proposition 1.

Considérons une application ayant une contrainte (m,k)-firm et associée au κ -pattern κ . Le $n^{\text{ième}}$ paquet est classé comme critique si et seulement si :

$$\kappa(n \bmod k) = 'C' \quad n=1,2,\dots$$

avec $(n \bmod k)$ représente le reste de la division entière de n par k.

Cette technique s'inspire du modèle du calcul imprécis pour les exécutifs temps-réel développé dans (Lin et al., 1987), et peut être utile dans différents contextes. (Ramanathan,1999) a utilisé cette classification pour améliorer l'ordonnancement Rate Monotonic afin de respecter les contraintes (m,k)-firm des différentes tâches temps-réel. De même, dans le domaine du multimédia, le concept du κ -pattern peut être appliqué pour spécifier les trames critiques dans un groupe d'images MPEG appelé GoP (*Group of Pictures*). Par exemple, un flux MPEG ayant la structure du GoP *IPBBPBBPBB* serait considéré comme étant un flux (4,10)-firm affecté au κ -pattern $\kappa = \{CCOOCOOCOO\}$ marquant les paquets des trames I et P comme critiques et les paquets des trames B comme optionnels, en se basant sur le critère d'importance relative des trames MPEG (Isovic et al., 2003). Il convient de noter que le choix du meilleur marquage dépend de la nature des sources de flux et l'étude plus détaillée sur ce sujet sort du cadre de notre papier. Le lecteur intéressé peut

trouver plus de détails dans (Isovic et al., 2003) pour guider le choix du marquage. Un ordonnancement averti de cette classification doit prendre plus de soin des paquets des trames I et P étant donné qu'ils sont critiques. De même, pour un flux audio ne tolérant pas plus d'une échéance ratée dans n'importe quel groupe de trois paquets consécutifs, *i.e.* (2,3)-firm, pourrait être affecté le κ -pattern $\kappa = \{CCO\}$.

En général, le κ -pattern est une caractéristique intrinsèque à l'application. Il peut être spécifié par l'utilisateur ou l'application. Cette classification, **statique**, est simplement une technique (parmi plusieurs autres) de marquage possible selon la contrainte (m,k)-firm. En effet, il est possible de classer dynamiquement les paquets d'une application temps-réel en parties critique et optionnelle selon un algorithme donné. Cependant, nous ne nous intéressons dans cet article qu'à la classification statique mentionnée.

3. Le principe de partage équitable de bande passante avec WFQ

Les serveurs à partage équitable de bande passante tels que WFQ et ses variantes sont principalement déployés pour garantir de la bande passante, et par conséquent fournir une borne supérieure sur le délai en fonction de la nature du trafic.

3.1. Processus d'ordonnancement et garantie de bande passante

Considérons un ensemble de N flux $\{S_i\}_{1 \leq i \leq N}$ servis par un ordonnanceur WFQ avec un taux de partage pour chaque flux $\{\phi_i\}_{1 \leq i \leq N}$ et une capacité totale du serveur C .

Le processus d'ordonnancement de WFQ consiste à calculer le temps virtuel de fin de service pour émuler le système GPS (*Generalized Processor Sharing*) (Demers et al., 1989) qui est la version fluide de WFQ et dont la granularité est en bits au lieu de paquets.

Le *temps virtuel de fin de service* correspond à l'instant de fin d'émission dans le modèle fluide, *i.e.* instant du départ du serveur GPS, et est défini par :

$$F_i^k = \max\{F_i^{k-1}, V(t)\} + \frac{L_i^k}{\Phi_i} \quad (1)$$

avec

- F_i^k : Le temps virtuel de fin de service du $k^{ième}$ paquet du $i^{ième}$ flux,
- $V(t)$: Le temps virtuel de l'instant d'arrivée du $k^{ième}$ paquet.
- Φ_i : Le taux de partage de bande passante du $i^{ième}$ flux,
- L_i^k : La taille du $k^{ième}$ paquet du $i^{ième}$ flux.
- $\max\{F_i^{k-1}, V(t)\}$ est considéré comme étant le temps virtuel du début de service du $k^{ième}$ paquet.

La valeur du temps virtuel de fin de service F_i^k est marquée dans le paquet. Ensuite, le serveur WFQ ordonnance les paquets dans l'ordre croissant des F_i^k .

D'après l'équation 1, notons que plus le taux de partage Φ_i est petit, plus le temps virtuel de fin de service est grand. Par conséquent, augmenter le taux de partage de bande passante d'un flux conduit à diminuer le temps d'attente des paquets de ce flux. Le paragraphe suivant présente la relation entre la garantie de bande passante et la garantie de délai.

3.2. WFQ et la garantie de délai

3.2.1. Courbe d'arrivée supérieure

Un flux temps-réel est généralement représenté par sa contrainte de rafale (Cruz, 1991a) (Leboudec et Thiran, 2002) notée (σ, ρ) où σ représente la taille maximale de rafale du flux et ρ représente son débit moyen. Un tel flux est dit (σ, ρ) -borné et par conséquent le nombre des paquets arrivés (ou bits) pendant la durée Δt est borné par la fonction linéaire $\sigma + \rho \Delta t$. Formellement, un flux ayant la fonction d'arrivée cumulative $R(t)$ est dit (σ, ρ) -borné si et seulement si :

$$R(t) - R(s) \leq \sigma + \rho(t - s) \quad \forall 0 \leq s \leq t.$$

La fonction d'arrivée cumulative du flux $R(t)$ est alors limitée par la *courbe d'arrivée supérieure* $\alpha(t) = \sigma + \rho t$.

3.2.2. Courbe de service et délai garanti

Dans le formalisme du Network Calculus, la garantie de la bande passante assurée par WFQ se traduit par une courbe de service de la forme $\beta(t) = R(t - T)$ où R est la bande passante réservée et T représente la latence maximale du service (Leboudec and Thiran, 2002). Généralement, $T = L_{\max}/C$, où L_{\max} représente la taille maximale du paquet parmi tous les paquets servis par WFQ et C étant la capacité du serveur, dénote la latence introduite pour transmettre le paquet de plus grande taille.

Par conséquent, le délai garanti par WFQ à un flux ayant une courbe d'arrivée $\alpha(t) = \sigma + \rho t$ est la *distance horizontale maximale* entre la courbe d'arrivée et la courbe de service (cf. figure 1). Formellement la borne maximale sur le délai garanti par WFQ pour une réservation de bande passante $R \geq \rho$ est :

$$D_{\max} = \frac{\sigma}{R} + \frac{L_{\max}}{C} \quad (2)$$

Notons que le délai augmente linéairement avec la taille de la rafale du flux et diminue en augmentant le taux de bande passante réservée. Par conséquent, lors de l'arrivée d'une rafale de taille importante, les paquets du flux peuvent rater leurs échéances requises et la qualité de service peut être sévèrement dégradée.

Nous remarquons d'après l'équation 1, que l'étiquette F_i^k ne tient compte d'aucune contrainte temporelle. Elle dépend uniquement du taux de partage de bande passante et de la taille du paquet. Nous proposons dans la section suivante l'algorithme (m,k)-WFQ qui permet de tenir compte simultanément du taux de partage de bande passante et des contraintes temporelles du flux dans le but de fournir conjointement les garanties en termes de bande passante et de délai.

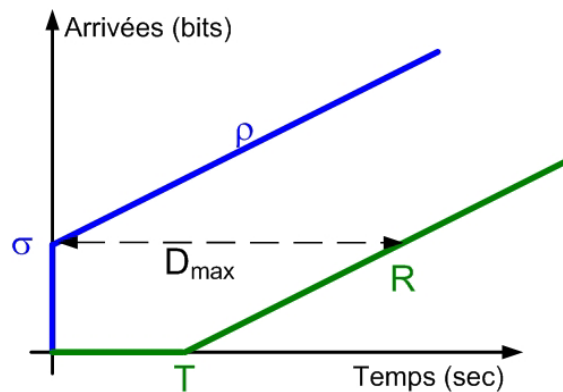


Figure 1. Délai maximal garanti par WFQ est égal à la distance maximale entre la courbe d'arrivée $\alpha(t) = \sigma + \rho t$ et la courbe de service $\beta(t) = R(t - T)$

4. (m,k)-Weighted Fair Queueing

L'algorithme (m,k)-WFQ intègre les contraintes temporelles (m,k)-firm dans le processus d'ordonnancement de WFQ. L'idée de (m,k)-WFQ consiste à tenir compte de la classification de paquets en paquets optionnels et paquets critiques. Chaque flux i en service requiert en plus de la bande passante, une contrainte (m,k)-firm et une échéance temporelle notée δ_i .

Le processus se décompose en deux étapes :

- 1- **Marquage des paquets :** L'application source marque les paquets de chaque flux comme *critiques* ou *optionnels* selon la contrainte (m,k)-firm et le κ -pattern du flux comme montré dans la proposition 1. Ces paquets marqués sont envoyés alors dans le réseau.
- 2- **Ordonnancement des paquets :** Les paquets arrivant sur une file d'attente servie par (m,k)-WFQ seront transmis selon le processus suivant. (m,k)-WFQ effectue une sélection de paquets en premier *parmi tous les paquets critiques* en tête des files d'attente actives dans l'ordre croissant

du temps virtuel de fin de service F_i^k . Dans le cas où aucun paquet critique n'est présent en tête des files actives, le paquet optionnel ayant la plus petite étiquette F_i^k sera choisi pour le service. Deux cas se présentent :

- Si le paquet sélectionné est critique :** dans ce cas, (m,k)-WFQ transmet immédiatement le paquet
- Si le paquet sélectionné est optionnel :** alors, (m,k)-WFQ vérifie si ce paquet aurait raté ou non son échéance désirée δ_i en cas de service. Si l'échéance désirée aurait été ratée alors le paquet sera rejeté, sinon, le paquet sera transmis.

La figure 2 illustre l'algorithme d'ordonnancement de (m,k)-WFQ.

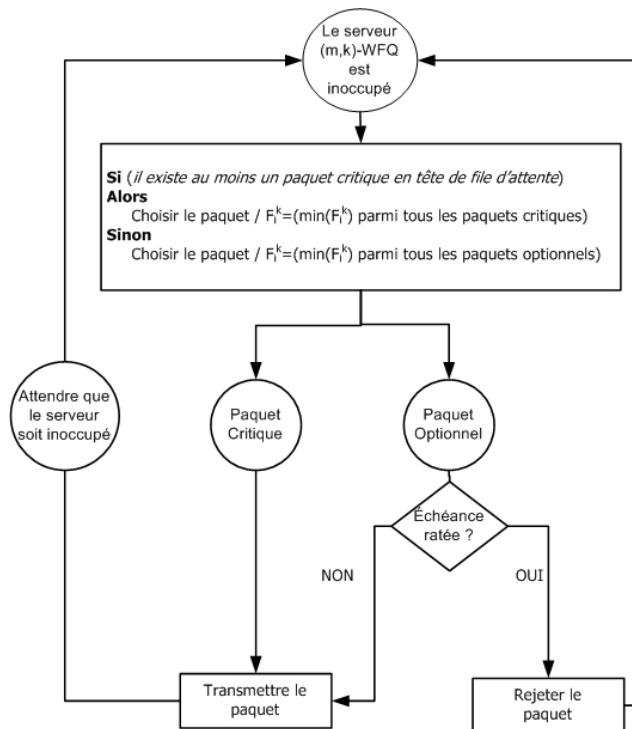


Figure 2. L'algorithme d'ordonnancement de (m,k)-WFQ

L'avantage de (m,k)-WFQ est qu'il permet de garantir une bande passante à un flux tout en intégrant les propriétés temporelles dans le processus d'ordonnancement ce qui résulte en une gestion plus efficace des flux temps-réel. En effet, le rejet des paquets optionnels qui ne satisfont pas leurs échéances permet

au serveur de servir plus rapidement les paquets critiques en attente. Cette perte ne dégrade pas les performances des flux servis tant que leurs contraintes (m_i, k_i) -firm sont satisfaites. Ainsi, (m, k) -WFQ diminue forcément les bornes sur les délais des flux temps-réel par rapport à WFQ.

Un autre avantage pratique de (m, k) -WFQ est sa simplicité : il ne nécessite pas une grande complexité de calcul ce qui facilite l'implantation.

Afin d'évaluer les performances de notre proposition, nous évaluons analytiquement les bornes sur le délai garanties par (m, k) -WFQ et les comparons aux bornes fournies par WFQ.

5. Evaluation analytique de la borne sur le délai garantie par (m, k) -WFQ

Dans cette section, nous présentons une étude analytique utilisant le formalisme du Network Calculus pour fournir des bornes déterministes sur le délai des flux servis par (m, k) -WFQ. Pour cette raison, nous introduisons la notion du (m, k) -filtrage pour adapter le formalisme du Network Calculus afin de tenir compte des contraintes temporelles (m, k) -firm.

5.1 La théorie du (m, k) -filtrage

Considérons un flux ayant la fonction d'arrivée cumulative $R(t)$ (Leboudec et Thiran, 2002, chapitre I) sous la contrainte temporelle (m, k) -firm et une échéance maximale δ . Notons par κ le κ -pattern de ce flux (cf. section 2).

Définition 2. (m, k) -Filtre

Un (m, k) -filtre est un dispositif qui pour un flux ayant la fonction d'arrivée cumulative $R(t)$ en entrée, produit en sortie le flux ayant la fonction d'arrivée cumulative $\tilde{R}(t)$ ne contenant que les paquets critiques du flux correspondant selon son κ -pattern. Tous les paquets optionnels sont rejetés.

Dans ce paragraphe, on suppose que la taille des paquets de chaque flux est constante et égale à L . Le cas de taille de paquet variable sera traité dans le paragraphe suivant.

Notons que $R(t)$ représente la fonction cumulative d'arrivée en terme du nombre de paquets. Il suffit de multiplier cette quantité par L pour avoir la fonction cumulative d'arrivée « fluide » exprimée en bits.

Par conséquent, si $m=k$ alors le flux à la sortie du (m, k) -filtre est identique à celui à l'entrée. Pour $m < k$, $\tilde{R}(t)$ représente la fonction cumulative d'arrivée des paquets critiques dans l'intervalle de temps $[0, t]$.

Lemme 1.

Considérons un flux ayant une taille constante de paquet et ayant la fonction cumulative d'arrivée $R(t)$, un κ -pattern κ et traversant un (m,k) -filtre. $\tilde{R}(t)$ est la fonction cumulative du flux en sortie du (m,k) -filtre si et seulement si :

$$\tilde{R}(t) = m \cdot \left\lfloor \frac{R(t)}{k} \right\rfloor + \Pi(R(t))$$

avec

$$\Pi(R(t)) = \sum_{n=\left(\left\lfloor \frac{R(t)}{k} \right\rfloor + 1\right)}^{R(t)} \bar{\kappa}(n \bmod k)$$

et $\forall 1 \leq i \leq k$, si $\kappa(i) = 'C'$ alors $\bar{\kappa}(i) = 1$ sinon $\bar{\kappa}(i) = 0$

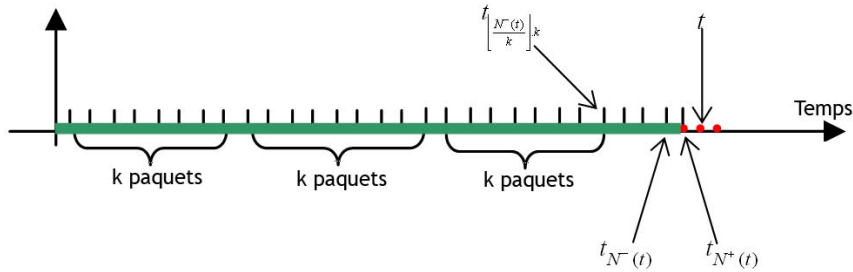
La preuve du lemme est présentée dans l'annexe 1.

5.1.1. Cas de taille de paquet variable

La définition 2 du (m,k) -filtre reste toujours valide pour un flux ayant une taille de paquet variable. Cependant, le lemme 1 n'est plus approprié dans ce cas, comme nous l'avons mentionné plus haut, puisque le nombre de paquets traversant le (m,k) -filtre ne reflète pas la proportion réelle de bits critiques transmis.

Dans ce paragraphe, on se propose d'évaluer le modèle fluide et exprimer analytiquement le nombre de bits de paquets critiques transmis par un (m,k) -filtre pour un flux ayant une taille de paquet variable.

Notons que $R(t)$ représente la fonction d'arrivée cumulative du flux en entrée en termes de nombre de bits. Dans ce modèle, nous notons par t_n l'instant d'arrivée du premier bit du $n^{\text{ième}}$ paquet de longueur L_n . $N^-(t)$ représente le nombre de paquets complètement reçus jusqu'à l'instant t . $N^+(t)$ représente le nombre total de paquets reçus qui inclut en plus le paquet en cours de réception. Notons par C la capacité du serveur. Le $n^{\text{ième}}$ paquet sera complètement reçu en $t_n + L_n/C$.



Le lemme 2 fournit l'expression de la fonction d'arrivée cumulative à la sortie d'un (m,k)-filtre dans le cas du modèle fluide.

Lemme 2.

Considérons un flux ayant une fonction d'arrivée cumulative $R(t)$, un κ -pattern κ et traversant un (m,k)-filtre. $\tilde{R}(t)$ est la fonction d'arrivée cumulative si et seulement si :

$$\tilde{R}(t) = \Lambda(t) + \bar{\kappa} \left(N^+(t) \bmod k \right) \cdot \left(R(t) - \sum_{n=1}^{N^-(t)} L_n \right)$$

$$\text{et } \Lambda(t) = \sum_{n=1}^{N^-(t)} \bar{\kappa}(n \bmod k) \cdot L_n$$

La preuve du lemme 2 est détaillée dans l'annexe 2.

Dans le cas général où la taille des paquets est variable, l'analyse reste possible s'il existe une constante λ_M qui représente le taux de bits critiques selon le κ -pattern du flux dans une fenêtre de k paquets consécutifs. Nous vérifions que pour $t \in T = \{t_0, t_k, t_{2k}, \dots, t_{nk}, \dots\}$ où t_{nk} désigne l'instant d'arrivée du (n.k)^{ième} paquet, $\tilde{R}(t) = \lambda_M R(t)$. D'après (LeBoudec, and Thiran, 2002), le ré-échantillonnage à des instants discrets t_{nk} résulte en quelques pertes d'information, mais reste suffisant pour déterminer une courbe d'arrivée pour $\tilde{R}(t)$.

Les flux MPEG représentent un bon exemple pour la validité de notre hypothèse. En effet, un flux vidéo MPEG est généralement codé selon une structure d'images fixe appelée *Group of Pictures* et notée GoP. Par conséquent, à titre d'exemple, si les trames I et P d'un flux MPEG sont marquées comme critiques, alors λ_M représente le taux des bits critiques (des trames I et P) dans un GoP.

Dans le cas d'une taille de paquet constante, $\lambda_M = m / k$.

5.1.2. Application à un flux (σ, ρ) -borné

Le théorème suivant fournit l'expression de la courbe d'arrivée supérieure d'un flux (σ, ρ) -borné traversant un (m,k)-filtre.

Théorème 1. Application à un flux (σ, ρ) -borné

Considérons un flux ayant une fonction d'arrivée cumulative $R(t)$ contrainte par la courbe d'arrivée supérieure $\alpha(t) = \sigma + \rho t$ et traversant un (m,k)-filtre. Soit λ_M le taux des paquets critiques dans une fenêtre de k paquets consécutifs selon son κ -pattern.

Le flux en sortie du (m,k)-filtre est contraint par la courbe d'arrivée supérieure $\tilde{\alpha}(t) = \tilde{\sigma} + \tilde{\rho} t$ avec

$$\begin{cases} \tilde{\sigma} = \lambda_M \cdot \sigma \\ \tilde{\rho} = \lambda_M \cdot \rho \end{cases}$$

et $t \in T = \{t_0, t_k, t_{2k}, \dots, t_{nk}, \dots\}$ avec t_{nk} est l'instant d'arrivée du $(nk)^{ième}$ paquet. Cette courbe est appelée la courbe d'arrivée minimale du flux.

La preuve du théorème 1 est présentée dans l'annexe 3.

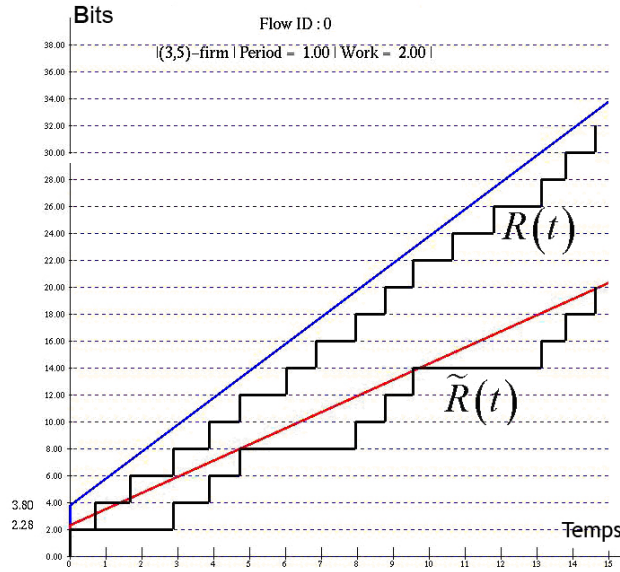


Figure 3. Exemple de courbe d'arrivée filtrée par un (m,k) -filtre

La figure 3 montre un exemple d'un flux périodique ayant une taille de paquet constante $L = 2$ et une période $P = 1$ et perturbé par une gigue uniformément distribuée dans l'intervalle $[-0.45, 0.45]$. En se basant sur les travaux réalisés dans (Koubaa et Song, 2003) et (Leboudec et Thiran, 2002), le flux est ainsi contraint par la courbe d'arrivée supérieure avec une rafale $\sigma = 3.8$ et un débit moyen $\rho = 2$ (courbe supérieure dans la figure 2). A la sortie d'un $(3,5)$ -filtre, le flux résultant est alors contraint par la courbe d'arrivée supérieure « filtrée » réduite à une taille de rafale $\tilde{\sigma} = 2.28$ et un débit moyen $\tilde{\rho} = 1.2$. Le κ -pattern utilisé dans cet exemple est $\kappa = \{COOCC\}$ comme nous pouvons l'observer sur la figure.

Nous avons introduit jusqu'à présent les éléments de base pour évaluer analytiquement les bornes sur les délais garantis par (m,k) -WFQ. Le paragraphe suivant présente l'analyse de la borne sur le délai garanti par (m,k) -WFQ à un flux (σ, ρ) -borné.

5.2. Evaluation analytique du délai pour un flux (σ, ρ) -borné

Dans ce paragraphe, nous nous proposons d'évaluer analytiquement en utilisant le formalisme du Network Calculus la borne sur le délai garanti pour un flux (σ, ρ) -borné ayant la courbe d'arrivée supérieure $\alpha(t) = \sigma + \rho t$ et servie par (m, k) -WFQ. Le flux requiert une garantie temporelle (m, k) -firm avec λ_M (λ_O) représente le taux de bits critiques (optionnels) dans un intervalle de k paquets consécutifs selon son κ -pattern.

Le tableau 1 représente le système de notations utilisées dans l'analyse.

C	La capacité du serveur
Φ_i	Taux de bande passante réservée au $i^{\text{ème}}$ flux
L_{\max}	Taille maximale parmi tous les paquets servis
σ_i	Taille de la rafale du $i^{\text{ème}}$ flux
ρ_i	Débit moyen du $i^{\text{ème}}$ flux
D_{\max}^i	Délai maximal du $i^{\text{ème}}$ flux garanti par WFQ
D_{\max}^{i*}	Délai maximal du $i^{\text{ème}}$ flux garanti par (m, k) -WFQ
L_i	Taille du paquet du $i^{\text{ème}}$ flux
$V(t)$	Temps virtuel
σ_i^*	Taille de la rafale du flux effectif du $i^{\text{ème}}$ flux
ρ_i^*	Débit moyen du flux effectif du $i^{\text{ème}}$ flux
$R(t)$	Fonction d'arrivée cumulative
$R^*(t)$	Fonction d'arrivée cumulative du flux effectif
λ_M	Taux de bits critiques dans un intervalle de k paquets consécutifs selon son κ -pattern
λ_O	Taux de bits optionnels dans un intervalle de k paquets consécutifs selon son κ -pattern
δ	Le délai maximal requis par le flux.

Table. 1. Notations

5.2.1 La courbe d'arrivée du flux effectif

Comme nous l'avons indiqué dans le paragraphe 3.2, le délai garanti par un serveur à débit garanti, notamment WFQ, est la distance maximale entre la courbe d'arrivée supérieure du flux et la courbe de service (cf. figure 1). Cependant, puisque (m, k) -WFQ conserve la même garantie de bande passante au flux, la courbe de service reste inchangée. Le seul changement sera au niveau de la courbe d'arrivée du flux à cause du rejet des paquets optionnels ratant leurs échéances par l'ordonnanceur (m, k) -WFQ. Donc, pour calculer la borne sur le délai garanti par (m, k) -WFQ, tout le problème réside dans la détermination de la courbe d'arrivée du flux n'incluant que les paquets servis par (m, k) -WFQ, c'est-à-dire, tous les paquets critiques et tous les paquets optionnels n'ayant pas raté leurs échéances.

Considérons un flux ayant la fonction d'arrivée cumulative $R(t)$ et contraint par la courbe d'arrivée $\alpha(t) = \sigma + \rho t$.

En premier, considérons le cas où (m,k)-WFQ serait configuré pour ne servir que les paquets critiques, et donc rejeterait tous les paquets optionnels. Dans ce cas, le flux effectif est simplement la sortie d'un (m,k)-filtre. Alors, en appliquant le théorème 1 le flux effectif sera borné par la courbe d'arrivée $\alpha^*(t) = \sigma^* + \rho^* t$ avec :

$$\begin{cases} \sigma^* = \lambda_M \cdot \sigma \\ \rho^* = \lambda_M \cdot \rho \end{cases}$$

Étant donné que $R = \rho$ est la plus petite bande passante réservée, le délai maximal garanti par (m,k)-WFQ ainsi configuré est :

$$D_{\max}^* = \lambda_M \cdot \frac{\sigma}{\rho} + \frac{L_{\max}}{C} \quad (3)$$

Cependant, dans la réalité l'ordonnanceur (m,k)-WFQ ne rejette pas tous les paquets optionnels. Pour cette raison, il est indispensable d'estimer le nombre maximal des paquets optionnels ne ratant pas leur échéance et transmis par (m,k)-WFQ. Par définition, un paquet optionnel est rejeté si son échéance serait ratée s'il était transmis. Notons par δ l'échéance requise. Étant donné que $R = \rho$ est la plus petite bande passante réservée, alors la taille maximale de rafale b contenant les paquets optionnels respectant leurs échéances δ est :

$$b = \delta \cdot \rho \quad (4)$$

Normalement, $b \leq \sigma$ compte tenu du fait que l'échéance requise par l'application temps-réel est supposée plus petite que celle garantie par WFQ. Autrement, si WFQ garantit le délai requis par l'application pour tous les paquets, alors les contraintes (m,k)-firm seront aussi satisfaites.

Le modèle du flux effectif est présenté dans la figure 4.

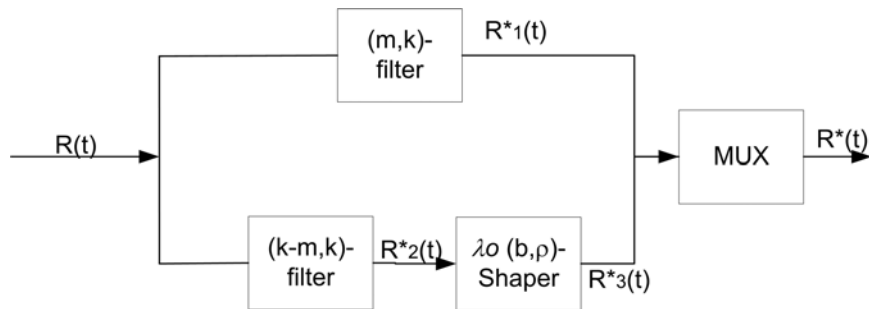


Figure 4. Le modèle du flux effectif

Le partie critique du flux $R(t)$ est la sortie du (m,k)-filtre notée $R_1^*(t)$. La partie optionnelle de $R(t)$ est obtenue quand le flux $R(t)$ traverse le (k-m,k)-filtre selon le κ -pattern inverse du flux. La sortie de ce filtre est notée $R_2^*(t)$ et représente l'ensemble de tous les paquets optionnels. Finalement, pour avoir le nombre maximal des paquets optionnels respectant leurs échéances et transmis par (m,k)-WFQ le flux $R_2^*(t)$ est lissé par le « seuil percé » $\lambda_O(b, \rho)$ pour ne laisser passer que les paquets optionnels dont le délai est inférieur à l'échéance maximale requise b/ρ , ce qui résulte en $R_3^*(t)$. Alors, nous aurons :

$$R_1^*(t) \sim (\lambda_M \sigma, \lambda_M \rho), R_2^*(t) \sim (\lambda_O \sigma, \lambda_O \rho) \text{ et } R_3^*(t) \sim (\lambda_O b, \lambda_O \rho)$$

Enfin, la sortie du multiplexeur $R^*(t)$ définie par $R^*(t) = R_1^*(t) + R_3^*(t)$ représente le flux effectif réellement servi par (m,k)-WFQ et borné par la courbe d'arrivée supérieure :

$$\alpha^*(t) = (\lambda_M \sigma + \lambda_O b) + \rho t \quad (5)$$

5.2.2. Evaluation de la borne sur le délai

Dire qu'un flux ayant la courbe d'arrivée $\alpha(t) = \sigma + \rho t$ est servi par (m,k)-WFQ est équivalent à dire que le flux effectif contraint par la courbe d'arrivée $\alpha^*(t) = \sigma^* + \rho^* t$ est servi par WFQ avec :

$$\begin{cases} \sigma^* = \lambda_M \sigma + \lambda_O b \\ \rho^* = \rho \end{cases}$$

Donc, le délai garanti par (m,k)-WFQ est la distance horizontale maximale entre la courbe d'arrivée du flux effectif et la courbe de service (cf. figure 5). Formellement, pour une bande passante réservée $R = \rho$, le délai garanti par (m,k)-WFQ est exprimé par :

$$D_{\max}^* = \frac{\sigma^*}{\rho} + \frac{L_{\max}}{C} \Rightarrow D_{\max}^* = \lambda_M \frac{\sigma}{\rho} + \lambda_O \cdot \frac{b}{\rho} + \frac{L_{\max}}{C} \quad (6)$$

Le premier terme représente la taille maximale de la rafale contenant des paquets critiques. Le second terme représente la quantité maximale de rafale de paquets optionnels servis par l'ordonnanceur. Le dernier terme représente la déviation du modèle (notée en paquets) par rapport au modèle fluide.

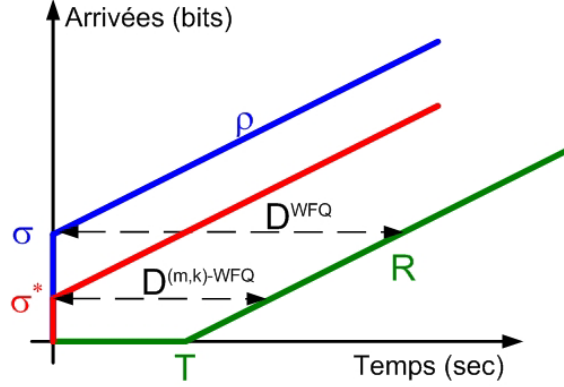


Figure 5. Délai maximal garanti par (m,k)-WFQ plus petit que celui garanti par WFQ

Remarquons que le délai garanti par (m,k)-WFQ est plus petit que celui garanti par WFQ. En effet, la taille de la rafale du flux effectif σ^* est plus petite que la taille de la rafale du flux original σ étant donné que $b \leq \sigma$.

En plus, la taille de la rafale des paquets optionnels servi par (m,k)-WFQ pourrait être ajusté pour assurer un certain délai pour les paquets critiques. Ainsi, en supposant que le délai maximum requis pour les paquets critiques est égal à D_{req} , la taille maximale de la rafale des paquets optionnels est :

$$b = \left(D_{req} - \lambda_M \cdot \frac{\sigma}{\rho} - \frac{L_{max}}{C} \right) \frac{\rho}{\lambda_O} \quad (7)$$

Par conséquent, le délai maximal autorisé par (m,k)-WFQ pour transmettre un paquet optionnel sera :

$$\delta_{opt} = \frac{b}{\rho}$$

Le plus petit délai pouvant être garanti pour les paquets critiques temps-réel est obtenu pour une valeur de taille de rafale $b = 0$ qui correspond au rejet de tous les paquets optionnels.

Ainsi, nous remarquons que l'utilisation de (m,k)-WFQ est très efficace pour *lisser* l'effet de retardement causé par l'arrivée en rafale des paquets et fournir des bornes plus réduites en terme de délai tout en respectant les contraintes (m,k)-firm du flux sans pour autant violer l'équité de bande passante. Par conséquent, l'avantage de (m,k)-WFQ est de fournir conjointement des garanties en termes de délai et de bande passante pour les flux temps-réel tolérant le non-respect de quelques échéances tout en respectant leurs contraintes (m,k)-firm selon leurs κ -patterns.

Nous menons dans la section suivante une étude par simulation de (m,k)-WFQ et comparons ses performances avec celles de WFQ en terme de délai et de taux de perte.

6. Evaluation de performances

6.1. Cas du trafic périodique

Dans ce scénario de simulation développé sous OPNET (OPNET version 8), nous considérons trois sources périodiques perturbées par des giges. Chaque source S_i génère périodiquement ses paquets avec une période T_i perturbée par une gigue uniformément distribuée dans un intervalle de largeur J_i . Les durées des simulations sont larges afin d'observer le comportement du système à long terme.

Le tableau ci-dessous montre les caractéristiques de chaque flux.

	(m,k)	Période	Taille des paquets	κ -pattern	Φ_i	ρ_i
Flux 0	(3,5)	1	2	COOCC	0.5	2
Flux 1	(2,5)	1	1	COOCO	0.25	1
Flux 2	(1,5)	1	1	OOCOO	0.25	1

Tableau 2. Paramètres des flux

Nous supposons que l'échéance relative de chaque paquet des flux est égale à sa période. Le temps est exprimé en *ms*.

La capacité du serveur est fixée à $C=4$. Ainsi, quand le trafic est strictement périodique (sans aucune perturbation de gigue) tous les paquets des flux satisfont leurs échéances requises. Cependant, l'irrégularité de la périodicité introduite par les giges conduira inévitablement à des délais plus grands dus à l'arrivée en rafale des paquets. En se basant sur les travaux réalisés dans (Koubaa et Song, 2003), nous déterminons les tailles des rafales ainsi que les débits moyens des flux montrés dans le tableau 2. La taille de la rafale est définie par :

$$\sigma = \frac{\text{Taille de paquet}}{\text{Période}} (\text{Période} + \text{Gigue}) \quad (8)$$

Le débit moyen est défini par :

$$\rho = \frac{\text{Taille de paquet}}{\text{Période}} \quad (9)$$

Chaque flux reçoit un taux de service de bande passante proportionnel à son débit moyen. Dans ce scénario, les taux normalisés de service sont $\Phi_0 = 0,5$ et $\Phi_1 = \Phi_2 = 0,25$.

La charge totale du système sans tenir compte des contraintes (m,k)-firm est :

$$U = \frac{1}{C} \sum_{i=0}^2 \frac{\text{Taille de paquet du flux } i}{\text{Période}_i} = 1$$

Cependant, la charge totale induite par les paquets critiques est :

$$u = \frac{1}{C} \sum_{i=0}^2 \frac{m_i}{k_i} \frac{\text{Taille de paquet du flux } i}{\text{Période}_i} = 0.45$$

L'ordonnanceur WFQ doit servir tous les paquets de chaque flux malgré qu'il n'y a que 45% du trafic considéré comme critique. Nous étudions l'effet de la gigue sur le comportement de WFQ et (m,k)-WFQ. Par conséquent, le scénario est simulé pour différentes valeurs de giges (gigue faible, gigue élevée) pour montrer son impact sur les deux techniques d'ordonnancement :

1. **Cas 1 :** *Gigue* $\in [-0.25, 0.25] * \text{Période}$: dans ce cas, la gigue est peu élevée et uniformément distribuée dans l'intervalle spécifié. Alors, en appliquant les équations (8) et (9), on obtient la taille maximale de la rafale de chaque flux selon le tableau suivant :

	σ_i (paquets)
Flux 0	3
Flux 1	1.5
Flux 2	1.5

Tableau 3. Taille maximale de la rafale pour $J \in [-0.25, 0.25]$

2. **Cas 2 :** *Gigue* $\in [-0.45, 0.45] * \text{Période}$: dans ce cas, la gigue est plus importante que dans le cas précédant et aussi uniformément distribuée dans l'intervalle spécifié. Le tableau suivant présente la taille de rafale maximale de chaque flux.

	σ_i (paquets)
Flux 0	3.8
Flux 1	1.9
Flux 2	1.9

Tableau 4. Taille maximale de la rafale pour $J \in [-0.45, 0.45]$

Nous nous proposons de comparer les performances de WFQ et (m,k)-WFQ en termes : (1) de garantie de bornes sur le délai, (2) le délai moyen, (3) le taux de dépassement d'échéances : (i.) pour tous les paquets du flux, (ii.) pour les paquets critiques.

Nous appliquons l'équation (6) pour calculer les bornes analytiques sur le délai. Les taux λ_M et λ_O sont calculés à partir des paramètres de chaque flux présentés dans le tableau 2. Etant donné que la taille des paquets est constante pour un même flux, alors pour chaque flux, nous avons $\lambda_{Mi} = m_i / k_i$ et $\lambda_{Oi} = (k_i - m_i) / k_i$.

Les résultats analytiques et ceux obtenus par simulation sont présentés dans les figures 6, 7, 8 et 9 et dans le tableau 5.

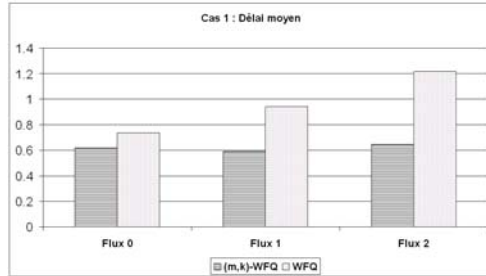


Figure 6. Cas 1 : Délai moyen (ms)

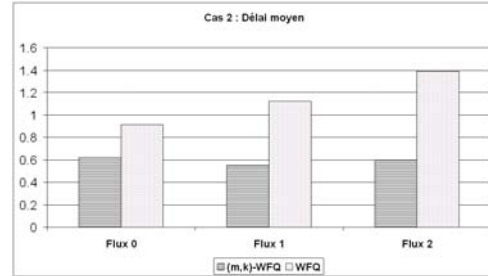


Figure 7. Cas 2 : Délai moyen (ms)

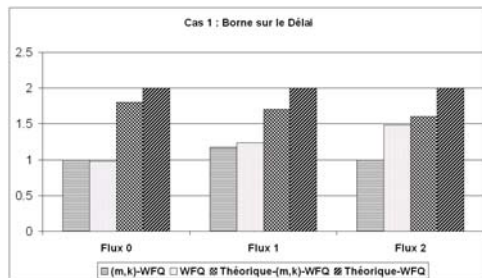


Figure 8. Cas 1 : Bornes sur le délai obtenues par simulation et par la méthode analytique (ms)

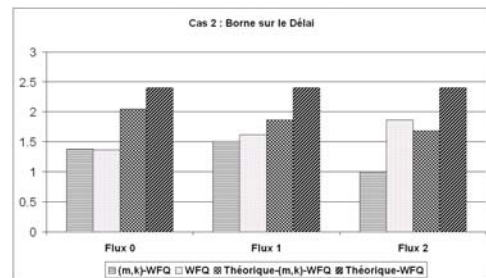


Figure 9. Cas 2 : Bornes sur le délai obtenues par simulation et par la méthode analytique (ms)

	Taux de perte pour tout le flux				Taux de perte des paquets critiques			
	Cas 1		Cas 2		Cas 1		Cas 2	
	(m,k)-WFQ	WFQ	(m,k)-WFQ	WFQ	(m,k)-WFQ	WFQ	(m,k)-WFQ	WFQ
Flux 0	0.27 %	0 %	2.14 %	38.20 %	0 %	0 %	0.25 %	27.14 %
Flux 1	4.90 %	40.9 %	9.32 %	62.57 %	0.28 %	21.92 %	0.16 %	40.14 %
Flux 2	15.83 %	93.1 %	17.96 %	93.12 %	0 %	72.94 %	0 %	73 %

Tableau 5. Taux de paquets à échéances non satisfaites

Il est remarquable que (m,k)-WFQ fournisse des bornes sur le délai, expérimentales et analytiques, plus petites comparées à celles fournies par WFQ. Aussi, le délai moyen mesuré par simulation montre l'efficacité de (m,k)-WFQ pour réduire le délai de chacun des flux par le rejet sélectif des paquets optionnels. Ce rejet permet de mieux contrôler la qualité de service temporelle de chacun des flux pour la même réservation de bande passante. En effet, même dans le cas 2 où la gigue est assez élevée, (m,k)-WFQ réagit mieux à l'arrivée en rafale des flux en

fournissant une meilleure garantie en termes des bornes sur le délai aussi bien que pour les délais moyens.

De plus, les résultats de simulation confirment ceux obtenus analytiquement. Néanmoins, les bornes analytiques sont toujours supérieures à celles fournies par simulation due à la surestimation du système dans le cas analytique, du fait que la courbe d'arrivée (σ, ρ) -bornée surévalue le trafic réel.

D'après le tableau 5, nous observons que (m,k)-WFQ permet de garantir la quasi-totalité des paquets critiques et de fournir en plus un taux de dépassement d'échéances global plus petit que celui fourni par WFQ.

La figure 10 montre les bandes passantes moyennes fournies par (m,k)-WFQ aux différents flux ainsi que le rendement du système (*throughput*) dans le cas 1. Les bandes passantes moyennes fournies par (m,k)-WFQ dans le cas 2 ne sont pas présentées car elles sont très similaires au cas 1.

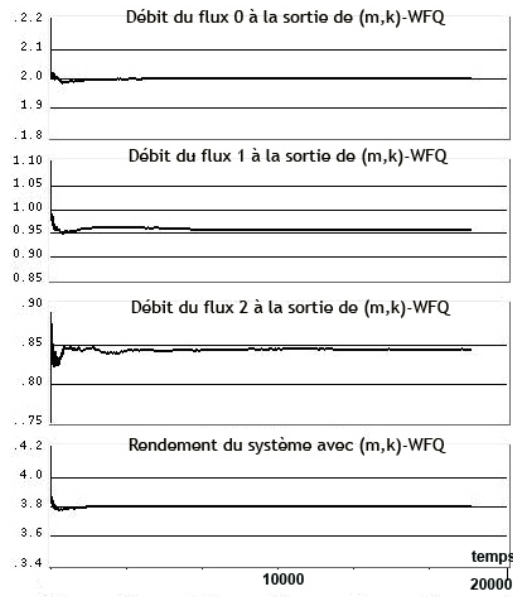


Figure 10. Cas 1. Bande passante moyenne fournie par (m,k)-WFQ pour chaque flux et rendement du système.

Nous remarquons que le système fonctionne à 95% de sa capacité totale et fournit ainsi une meilleure performance en terme de garantie temporelle pour les flux temps-réel grâce au rejet sélectif des paquets optionnels ratant leurs échéances. Par conséquent, avec (m,k)-WFQ le système est plus stable en cas de surcharge et maintient une qualité de service acceptable en respectant les contraintes (m,k)-firm des applications temps-réel.

6.2. Cas d'un trafic en rafale

Considérons un réseau constitué de trois sources de trafic. Ces trois sources forment un trafic total de 10 Mbit/s et partagent un lien de 10,001 Mbit/s selon leurs coefficients de réservation. Le choix du débit 10,001 Mbit/s qui est légèrement supérieur à 10 Mbit/s est pour éviter l'instabilité de la simulation car selon la théorie des files d'attente, un système ayant un processus d'arrivée aléatoire avec une charge moyenne normalisée égale à 1 fournit des délais qui tendent vers l'infini (Allen, 1990). Dans cette simulation, on considère une taille fixe de 8 *kbits* pour tous les paquets des trois flux. Le tableau 6 récapitule les paramètres de simulation pour chacun des flux.

	(m,k)	Débit	Trafic	κ -pattern	Echéance
Voix	(4,5)	64 kbit/s	ON/OFF (500/755/50)ms	CCOCC	10 ms
Vidéo	(3,5)	2 Mbit/s	Pseudo Périodique ~2Mbit/s	COCCO	Sc1 : 4 ms Sc2 : 40 ms
FTP	(0,1)	7,936 Mbit/s	Pseudo Périodique ~7.936 Mbit/s	O	Infinie

Tableau 6. Configuration simulée

La première source génère un flux de voix selon le modèle de trafic ON/OFF. Les périodes d'activité ON et de silence OFF sont exponentiellement distribuées avec les moyennes $1/\mu_{ON} = 500ms$ et $1/\mu_{OFF} = 755ms$ avec une période de génération de paquets dans la période d'activité de 50 ms. Donc, le débit moyen du flux est de 64 kbit/s. Les contraintes temporelles sont de type (4,5) et l'échéance souhaitée d'un paquet est fixée à 10 ms. Le κ -pattern fixe le profil de la séquence comme : CCOCC CCOCC ...

La deuxième source est une source CBR (Constant Bit Rate) qui génère un flux vidéo pseudo-périodique de 2 Mbit/s. L'échéance des paquets est fixée à 4 ms dans le scénario 1 (Sc1) et 40 ms dans le scénario 2 (Sc2) avec une garantie de type (3,5). Le κ -pattern fixe le profil de la séquence comme : COCCO COCCO COCCO ...

La troisième source est un agrégat de flux FTP qui consomme le reste de la bande passante ayant donc un débit de 7,936 Mbit/s. Ce trafic fonctionne en mode Best-Effort. Donc, il ne possède pas de propriétés temporelles strictes comme dans le cas des deux sources temps-réel : Voix et Vidéo. Par conséquent, nous fixons une garantie de type (0,1) pour le flux FTP. Pour cela, tous les paquets issus de cette application sont considérés comme optionnels. Cependant, nous configurons l'ordonnanceur (m,k)-WFQ pour ne rejeter que les paquets optionnels des sources temps-réel, voix et vidéo. En effet, le flux FTP est vulnérable à la perte de paquets. Ainsi, comme tous les paquets de ce flux sont optionnels, le serveur est averti de faire passer tous ses paquets. Ceci est réalisé en mettant une échéance infinie pour les flux Best-Effort et par conséquent, (m,k)-WFQ ne rejette aucun paquet optionnel du flux Best-Effort.

6.2.1. Garantie de délai

Dans ce scénario, nous présentons la borne sur le délai fournie par (m,k)-FIFO qui se comporte simplement comme une file FIFO qui rejette les paquets optionnels des paquets des flux temps-réel ayant raté leurs échéances selon leurs contraintes temporelles (m,k)-firm. L'objectif étant de comparer une technique d'ordonnancement de type Best-Effort avec rejet, *i.e.* (m,k)-FIFO, avec une technique d'ordonnancement à partage équitable de bande passante, *i.e.* (m,k)-WFQ.

En se basant sur les résultats analytiques de la section 5, nous déduisons la borne sur le délai pour un agrégat de flux servi par l'ordonnanceur (m,k)-FIFO :

$$D_{\max}^{(m,k)\text{-FIFO}} = \frac{1}{C} \cdot \sum_{i=1}^N (\lambda_{Mi} \sigma_i + \lambda_{Oi} b_i) \quad (10)$$

où C est la capacité de l'ordonnanceur, λ_{Mi} (λ_{Oi}) représente le taux de paquets critiques (optionnels) du $i^{\text{ème}}$ flux selon sa contrainte (m,k)-firm, σ_i représente la taille maximale de la rafale du $i^{\text{ème}}$ flux et b_i représente la taille maximale de la rafale contenant des paquets optionnels. N est le nombre de flux actifs. La borne sur le délai montrée par l'équation 10 est assurée pour tous les flux.

Le tableau 7 montre les bornes sur le délai obtenues par simulation pour (m,k)-WFQ, WFQ, FIFO et (m,k)-FIFO.

	(m,k)-WFQ	WFQ	FIFO	(m,k)-FIFO
Voix	9.76	2375	48.03	5.11
Vidéo	3.99	47	49.03	4.95
FTP	9.69	41	49.08	5.33

Tableau 7. Scénario 1 : Les bornes sur le délai obtenues par simulation (ms)

Comme prévu, (m,k)-WFQ fournit des bornes temporelles plus petites que celles garanties par WFQ pour chacun des flux actifs. En effet, l'application FTP est « gourmande » en terme de bande passante et possède le taux de service le plus élevé bien qu'elle ne présente aucune exigence temporelle critique. WFQ ne peut différencier les différents flux que selon leurs étiquettes de la date virtuelle de fin de service. Pour cette raison, le flux de voix ayant le plus petit taux de service et la plus grande taille de rafale, subit un délai très important. Cependant, (m,k)-WFQ réduit considérablement le délai mesuré pour les flux temps-réel en tenant compte de leurs exigences temporelles (échéances et contraintes (m,k)-firm), en plus du taux de service. Dans cet exemple, étant donné que le trafic FTP n'a pas des exigences temporelles strictes tous ses paquets sont considérés comme optionnels par (m,k)-WFQ. Par conséquent, (m,k)-WFQ assure le service des paquets critiques des flux temps-réel avant le trafic best-effort. Ceci n'étant pas possible avec WFQ parce qu'il ne peut pas différencier les différents types des flux actifs.

D'autre part, (m,k)-FIFO fournit une borne sur le délai d'environ 5 ms pour tous les flux comme il n'y a aucune différenciation de service. Etant donné que le délai requis par le flux de la voix est supérieur à celui garanti par (m,k)-FIFO, tous les paquets de voix seront transmis avec succès et respecteront tous leurs échéances désirées, tandis que 3% des paquets vidéo seront perdus en raison du rejet des paquets optionnels ratant leurs échéances de 4 ms. Cependant, le comportement de (m,k)-FIFO, aussi bien que (m,k)-WFQ, dépend beaucoup de l'échéance désirée des paquets critiques.

En effet, dans le second scénario, nous avons changé la valeur de l'échéance du flux vidéo à 40 ms. Le tableau 8 montre les bornes sur le délai mesurées par simulation pour (m,k)-WFQ, WFQ, FIFO et (m,k)-FIFO dans le second scénario.

	(m,k)-WFQ	WFQ	FIFO	(m,k)-FIFO
Voix	4.507	2375	48.031	20.529
Vidéo	39.92	47	49.0314	21.086
FTP	32.449	41	49.083	21.442

Tableau 8. Scénario 2 : Les bornes sur le délai obtenues par simulation

Dans ce scénario, la borne temporelle fournie par (m,k)-FIFO est environ 21 ms. Les résultats de simulation montrent que 52% des paquets de voix ont raté leurs échéances ce qui n'est pas acceptable étant donné que le taux de paquets critiques correspondant à la contrainte (m,k)-firm et au κ -pattern du flux de la voix est de 4/5. Par ailleurs, tous les paquets du flux vidéo sont transmis avec succès. Ainsi, (m,k)-FIFO n'assure pas une garantie *par flux*, bien qu'il fournisse une réduction perceptible du délai comparé à FIFO.

D'autre part, dans le deuxième scénario (m,k)-WFQ fournit une borne sur le délai plus petite pour le flux voix comparée à celle qu'il fournit au premier scénario, et fournit une borne plus grande au flux vidéo, mais qui est toujours inférieure à l'échéance requise de 40 ms. Ce résultat est lié au taux de rejet des paquets. Le tableau 9 présente le taux de rejet de paquets (optionnels) dans le cas de (m,k)-WFQ et le taux de paquets ayant raté leurs échéances dans le cas de (m,k)-FIFO pour les flux de voix et vidéo dans les deux scénarios. Le taux de rejet fait référence au taux de paquets optionnels ayant raté leurs échéances et rejetés par (m,k)-WFQ.

	Taux de rejet de paquets (m,k)-WFQ		Taux de paquets à échéances ratées (m,k)-FIFO	
	1 ^{er} Scénario	2 ^{ème} Scénario	1 ^{er} Scénario	2 ^{ème} Scénario
Voix	5.07%	8.9%	0%	52%
Vidéo	4.21%	0%	3%	0%

Tableau 9. *Taux de rejet / Taux des paquets avec échéances ratées*

Nous remarquons que le taux de rejet des paquets vidéo est nul dans le second scénario. Ceci implique que tous les paquets optionnels et critiques soient transmis à temps, ce qui explique l'augmentation du délai du trafic FTP dont tous les paquets sont optionnels. En effet, le rejet de paquets optionnels du flux vidéo dans le premier scénario donne plus de ressources pour transmettre le trafic FTP et réduit donc son temps d'attente dans les files. Cependant, l'amélioration constatée de la borne sur le délai de la voix est due à l'augmentation du taux de rejet de 5.07% à 8.9% tout en respectant dans les deux scénarios la contrainte (4,5)-firm puisque la borne sur le délai garantie par (m,k)-WFQ est inférieure à celle requise.

Nous signalons que dans les deux scénarios, tous les paquets critiques respectent leurs échéances sous l'ordonnancement (m,k)-WFQ ce qui n'est pas le cas pour les autres techniques d'ordonnancement. Ainsi, comme nous l'avons démontré analytiquement, (m,k)-WFQ fournit une garantie *par flux* conjointement en termes de bande passante et de délai tout en respectant les contraintes (m,k)-firm de chaque flux.

Les figures 11 et 12 présentent les temps d'attente de chaque flux dans les files sous l'ordonnancement (m,k)-WFQ (1^{er} scénario) et WFQ respectivement. Nous remarquons que l'arrivée en rafale du flux de la voix a un effet négatif sur le temps d'attente dans la file WFQ, alors que dans le cas de (m,k)-WFQ, le temps d'attente atteint un régime stable en considérant les contraintes temporelles de chaque flux. Cette stationnarité découle du rejet des paquets optionnels du système en état de surcharge réduisant ainsi efficacement la charge totale du serveur.

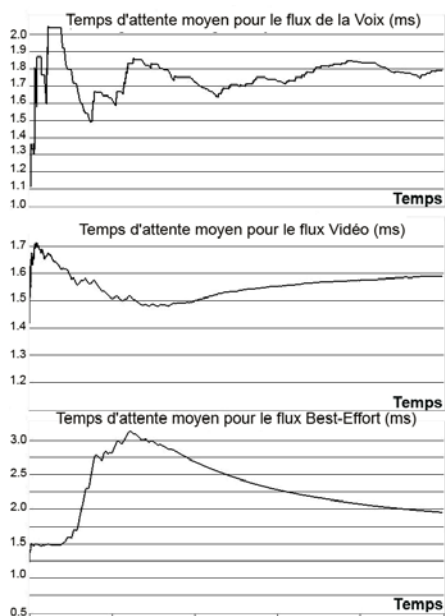


Figure 11. Délais moyens dans les files fournis par (m,k)-WFQ

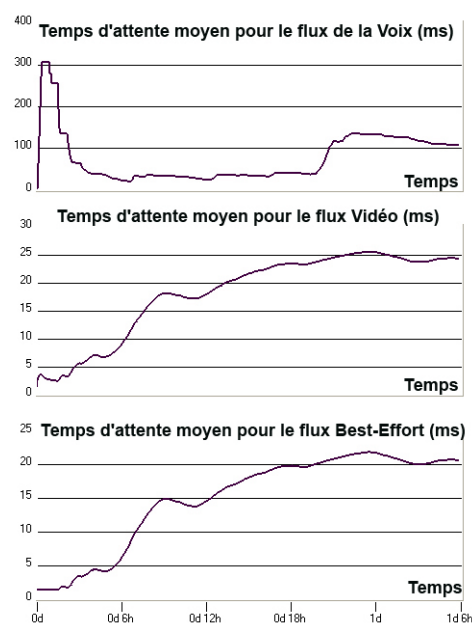


Figure 12. Délais moyens dans les files fournis par WFQ

6.2.2 Utilisation des ressources

L'utilisation efficace des ressources est un problème important pour les fournisseurs de service.

A partir du scénario 1, considérons un fournisseur de service qui utilise l'ordonnancement WFQ pour assurer un service garanti pour des flux de voix. Nous supposons que l'exigence temporelle requise par chaque flux est de 10 ms. D'après le tableau 8, il n'est pas suffisant que le fournisseur de service réserve au flux voix un taux de service proportionnel à son débit moyen i.e. 64 kbit/s, bien que ce soit le besoin réel du flux de voix en terme de bande passante. Par conséquent, le fournisseur de service doit assurer un taux de service plus élevé au flux voix pour respecter la contrainte temporelle de 10 ms.

Le premier inconvénient de cette solution est économique. En effet, l'utilisateur devrait payer le prix d'un supplément de ressource en terme de bande passante pour obtenir la qualité de service adéquate.

Deuxièmement, cette solution conduit à une utilisation peu efficace de la bande passante et à l'admission d'un nombre réduit de flux. En régime permanent, les liens seront peu utilisés. En effet, la simulation montre que pour garantir la borne

temporelle de 10 ms au flux de voix fonctionnant en moyenne à 64 kbit/s en utilisant WFQ, le taux de bande passante allouée doit être au moins égale à 96 kbit/s ce qui représente un supplément de 50% en plus de bande passante. Cette solution qui consiste à réduire le taux de service du trafic FTP conduit à violer le partage normal de ressource pour ce flux.

Cependant, ce problème pourrait être contourné en tenant compte des contraintes (m,k)-firm pour fournir conjointement des garanties en termes de délai et de bande passante. Le fournisseur de service peut ajuster l'échéance maximale pour rejeter un paquet optionnel en utilisant l'équation 7 pour assurer des bornes sur le délai plus réduites aux paquets critiques sans violer les exigences des autres flux et tout en conservant l'équité de la bande passante.

7. Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé un nouvel algorithme à partage équitable de bande passante, appelé (m,k)-WFQ, qui améliore les performances de l'algorithme WFQ en termes de garantie de délai en tenant compte des contraintes temporelles (m,k)-firm des flux temps-réel. (m,k)-WFQ intègre une technique de marquage de priorité intra-flux pour les paquets en deux niveaux de priorités *critique* et *optionnel* selon la contrainte (m,k)-firm et le κ -pattern correspondant. Aussi, nous avons introduit la notion du (m,k)-filtrage pour adapter le formalisme du Network Calculus afin de tenir compte des contraintes temporelles (m,k)-firm, ce qui nous a conduit à déterminer analytiquement les bornes sur le délai garanties par (m,k)-WFQ. L'étude par simulation confirme les résultats analytiques et montre des performances meilleures pour de (m,k)-WFQ comparées avec WFQ en termes de garantie de délai et d'utilisation de ressources.

L'avantage principal de (m,k)-WFQ est qu'il permet de garantir *conjointement* de la bande passante aussi bien que le délai pour les flux temps-réel. Ceci résulte de l'intégration des contraintes temporelles (m,k)-firm dans le processus d'ordonnancement de WFQ. En effet, en cas de surcharge, le système se permet de rejeter sélectivement des paquets optionnels qui rateraient leurs échéances garantissant ainsi un délai plus réduit aux paquets critiques. La dégradation de la qualité de service reste ainsi tolérable quand les contraintes (m,k)-firm sont respectées. Le rejet des paquets optionnels permet d'atténuer l'effet de l'arrivée en rafale des paquets. En plus, nous avons montré par simulation que (m,k)-WFQ permet de différencier les flux temps-réel et les flux Best-Effort. Cette différenciation est intéressante puisqu'un flux temps-réel à faible taux de service, comme celui de la voix, pourrait avoir un délai plus réduit sans lui allouer beaucoup plus de ressources.

Sur la base de nos résultats, (m,k)-WFQ permet ainsi de fournir un niveau minimum acceptable par un flux temps-réel tolérant les pertes en cas de surcharge. C'est le concept de la qualité de service acceptablement dégradable qui représente

un niveau de service intermédiaire entre le niveau de garantie déterministe (k,k)-firm, gourmande en terme de ressources, et le niveau de garantie probabiliste qui n'est pas toujours satisfaisante à cause de la possibilité de rejet de paquets consécutifs.

Nous avons implémenté (m,k)-WFQ sur une plate-forme expérimentale montrant ainsi l'applicabilité de (m,k)-WFQ et son intégration possible dans des architectures de qualité de service tels que IntServ et DiffServ. Dans un premier prototype, nous avons utilisé le champ ToS du paquet IP pour marquer les paquets d'un flux MPEG en critiques ou optionnels selon leurs profils de pertes. Nous avons modifié le logiciel ouvert de diffusion vidéo Videolan (www.videolan.org) pour marquer les paquets des trames I et P comme critiques et les paquets des trames B comme optionnels dans le champ ToS de l'en-tête IP. De plus, nous avons apporté les modifications nécessaires au routeur logiciel *Clik* (Kohler et al., 2000) pour tenir compte de ce marquage. Nous avons implémenté un (m,k)-filtre pour vérifier si le paquet est critique ou optionnel avant son envoi. Si le paquet est critique ou optionnel respectant encore son échéance il sera servi, sinon, il sera rejeté. Cette plate-forme montre bien l'utilité de (m,k)-WFQ pour garantir la dégradation acceptable de QoS de la transmission de flux MPEG dans un réseau IP avec un routeur surchargé. Bien entendu, il convient de signaler que ce type de marquage est une solution propriétaire et ne se conforme pas à des normes de l'IETF sur ToS d'IP et DSCP de Diffserv. D'autres solutions peuvent être envisagées pour tenir compte du marquage au dessus de la couche IP comme par exemple celui du protocole RTP.

Remerciements

Nous tenons à exprimer nos sincères remerciements aux relecteurs de TSI pour leurs remarques constructives qui ont permis l'amélioration de la qualité de cet article.

Bibliographie

- ALLEN, A., 1990, *Probability, Statistics and Queueing Theory with Computer Science Applications*, Second Edition, Academic Press.
- BERNAT, G., BURNS, A., LAMOSI, A., 2001, Weakly Hard Real-Time Systems, *IEEE Transactions on Computers*, **50** (4), 308-321.
- BOLOT, J. C., CRÉPIN, H., GARCIA, A. V., 1995, Analysis of Audio Packet Loss in the Internet, *Proceedings of Networks and Operating System Support for Digital Audio and Video*, 163-174.
- BOYCE, J. M., GAGLIANELLO, R. D., 1998, Packet Loss Effects on MPEG Video Sent Over the Public Internet, 6th ACM International Conference on Multimedia.
- CHANG, C. S., 2000, *Performance Guarantees in Communication Networks* (Springer-Verlag, New York).

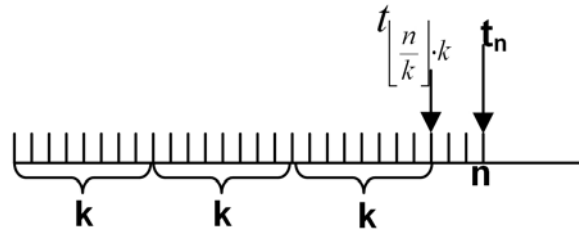
- CRUZ, R. L., 1991a, A Calculus for Network Delay, Part I. *IEEE Transactions on Information Theory*, **37** (1), 114-131.
- CRUZ, R. L., 1991b, A Calculus for Network Delay, Part II: Network Analysis. *IEEE Transactions on Information Theory*, **37** (1), 132-141.
- DEMERS, A., KESHAVT, S., SHENKER, S., 1989, Analysis and Simulation of Fair Queuing Algorithm, *Proceedings of ACM SigComm*, 3-12.
- FLOYD S. AND JACOBSON V., 1993, Random Early Detection for Congestion Avoidance. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, **1**, 397-413.
- GOLESTANI, S. J., 1994, A Self-Clocked Fair Queueing Scheme for Broadband Applications, *Proceedings of IEEE INFOCOM*, Toronto (Canada).
- GOYAL, P., VIN, H. M., AND CHENG, H., 1997, Start-Time Fair Queueing: A Scheduling Algorithm for Integrated Services Packet Switching Networks, *IEEE/ACM Transactions on Networking*, **5** (5), 690-704.
- HAMDAOUI, M., RAMANATHAN, P., 1995, A Dynamic Priority Assignment Technique for Streams with (m, k)-Firm Deadlines, *IEEE Transactions on Computers*, **44** (4), 1443–1451.
- ISOVIC, D., FOHLER, G., STEFFENS, L., 2003, Timing Constraints of MPEG-2 Decoding for High Quality Video: Misconceptions and Realistic Assumptions, *Proceedings of the 15th Euromicro Conference on Real-Time Systems (ECRTS 03)*, Porto (Portugal).
- KOHLER, E., MORRIS, R., CHEN, B., JANNOTTI, J., KAASHOEK, M., 2000, Click Modular Router, *ACM Transactions on Computer Systems*, **18** (3), 263-297.
- KOUBAA, A., SONG, Y. Q., 2003, Evaluation et Amélioration des Bornes de Temps de Réponse pour des Applications Temps-Réel avec Ordonnancement à Priorité Fixe et Non Préemptif, 4^{ème} Colloque Francophone sur la Modélisation des Systèmes Réactifs MSR'03, 127-144.
- LEBOUDEEC, J. Y., THIRAN, P., 2002, *Network Calculus: A Theory of Deterministic Queueing Systems for the Internet*, Online Version of the Book Springer Verlag – LNCS 2050.
- LIN, K. NATARJAN, S., LIU, J., 1987, Imprecise Results: Utilizing Partial Computations in Real-Time Systems, *Proceedings of IEEE Real-Time System Symposium*.
- OPNET VERSION 8, <http://www.opnet.com>
- PAREKH, K. AND GALLAGER, R. G., 1993, A Generalized Processor Sharing Approach to Flow Control in Integrated Services Networks: The single-node case, *IEEE/ACM Transactions on Networking*, **1** (3), 344—357.
- RAMANATHAN, P., 1999, Overload Management in Real-Time Control Applications Using (m,k)-Firm Guarantees, *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, **10** (6), 549-559.
- SRIRAM, K., WHITT, W., 1986, Characterizing Superposition Arrival Processes in Packet Multiplexers for Voice and Data, *IEEE Journal on Selected Areas on Communications*, **SAC-4**, 833-846.
- VIDEO LAN, <http://www.videolan.org>
- WANG, S., WANG, Y., LIN, K., 2002, Integrating Priority with Share in the Priority-Based Weighted Fair Queueing Scheduler for Real-Time Networks, *Journal of Real Time Systems*, **22**, 119-149.

ZHANG, L., 1990, Virtual Clock: a New Traffic Control Algorithm for Packet Switching Networks, Proceedings of ACM SIGCOMM Symposium on Communications Architectures and Protocols, Philadelphia (Pennsylvania), 19-29.

ZHANG, H., BENNETT, J., 1996, W2FQ: Worst-Case Fair Weighted Fair Queueing, Proceedings of IEEE INFOCOM.

Annexe 1 – Preuve du lemme 1

⇒



On note par t_n l'instant d'arrivée du $n^{\text{ième}}$ paquet. $\forall n, \forall t_n \leq t < t_{n+1}, \quad R(t) = n$.

- **Si n est un multiple de k** : alors il existe un entier u tel que $n = u \cdot k$. Dans ce cas, il existe u ensembles consécutifs et séparés de k paquets consécutifs. Etant donné que seulement m paquets parmi k paquets consécutifs sont transmis par le (m,k) -filtre, alors il y a exactement $m \cdot u$ paquets critiques qui sont transmis par le (m,k) -filtre. Ainsi, $\left\lfloor \frac{R(t)}{k} \right\rfloor = u$ et :

$$\Pi(R(t)) = \sum_{n=(u \cdot k)+1}^{u \cdot k} \bar{\kappa}(n \bmod k) = 0$$

Et donc le lemme 1 est satisfait pour ce cas puisque $\tilde{R}(t) = m \cdot u$.

- **Si n n'est pas un multiple de k** : alors il existe $u \in \mathbb{N}$; $\frac{n}{k} - 1 \leq u \leq \frac{n}{k}$ et $v \in \mathbb{N}$; $1 \leq v \leq k-1$ tel que $n = u \cdot k + v$.

Par définition $u = \left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor$ et $v = n - u \cdot k$.

A l'instant $t_{u \cdot k}$, il existe $m \cdot u$ paquets qui sont transmis par le (m,k) -filtre. A partir de l'instant $t_{u \cdot k}$ jusqu'à l'instant t_n le (m,k) -filtre ne transmet que les paquets critiques selon le κ -pattern $\bar{\kappa}$. D'après la proposition 1, le $n^{\text{ième}}$ paquet est critique si et seulement si $\bar{\kappa}((n \bmod k) + 1) = 1$. Dans l'intervalle de temps $[t_{u \cdot k}, t_n]$, le nombre de paquets critiques est :

$$\sum_{a=(u.k)+1}^{(u.k)+v} \kappa(n \bmod k) \in [0, m]$$

Alors

$$\tilde{R}(t) = m \cdot u + \sum_{a=(u.k)+1}^{(u.k)+v} \bar{\kappa}(n \bmod k)$$

et satisfait le lemme 1.

\Leftarrow Evident.

Annexe 2 – Preuve du lemme 2

\Rightarrow

La preuve est évidente. En effet,

$\Lambda(t) = \sum_{n=1}^{N^-(t)} \bar{\kappa}(n \bmod k) \cdot L_n$ représente le nombre de bits de tous les paquets critiques qui sont complètement reçus, à l'instant t , et transmis par le (m,k)-filtre.

$\bar{\kappa}(N^+(t) \bmod k) \cdot \left(R(t) - \sum_{n=1}^{N^-(t)} L_n \right)$ est nul si le paquet en cours de réception est

optionnel. Sinon, il est égal au nombre de bits reçus, à l'instant t , du paquet en cours de réception.

Annexe 3 – Preuve du Théorème 1

Considérons un flux ayant une taille de paquet constante et une fonction d'arrivée cumulative $R(t)$ contrainte par la courbe d'arrivée supérieure $\alpha(t) = \sigma + \rho t$ avec la σ est la taille maximale de la rafale et ρ le débit moyen. Alors,

$$R(t) - R(s) \leq \sigma + \rho(t-s) \quad , \quad \forall 0 \leq s \leq t$$

Supposons que ce flux a une contrainte temporelle de type (m,k)-firm selon le κ -pattern κ . On se propose de déterminer la courbe d'arrivée du flux critique à la sortie du (m,k)-filtre.

D'après le lemme 1, la sortie du (m,k)-filtre $\tilde{R}(t)$ satisfait :

$$\forall 0 \leq s \leq t \quad \tilde{R}(t) - \tilde{R}(s) = m \cdot \left\{ \left\lfloor \frac{R(t)}{k} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{R(s)}{k} \right\rfloor \right\} + \{ \Pi(R(t)) - \Pi(R(s)) \}$$

Notre objectif est de déterminer une courbe d'arrivée à la sortie du (m,k)-filtre qui est indépendante du κ -pattern. Cependant, la fonction $\pi(t-s)$ définie par :

$$\pi(t-s) = \{ \Pi(R(t)) - \Pi(R(s)) \}$$

est une fonction non croissante et non monotone et dépend du κ -pattern du flux. Pour cette raison, nous considérons un nouvel échantillonnage discret du temps $T = \{t_0, t_k, t_{2k}, \dots, t_{nk}, \dots\}$ où t_{nk} représente l'instant d'arrivée du $(nk)^{ième}$ paquet. D'après (LeBoudec, and Thiran, 2002), ce type de projection résulte en quelques pertes d'information, mais reste suffisant pour déterminer une courbe d'arrivée pour $\tilde{R}(t)$. Avec le nouvel échantillonnage temporel :

$\forall s, t \in T, 0 \leq s \leq t; \pi(t-s) = 0$ et:

$$\left\lfloor \frac{R(t)}{k} \right\rfloor = \frac{R(t)}{k}; \quad \forall t \in T.$$

nous avons :

$$\begin{aligned} \forall s, t \in T, s \leq t, \\ \tilde{R}(t) - \tilde{R}(s) = m \cdot \left(\frac{R(t)}{k} - \frac{R(s)}{k} \right) \end{aligned}$$

Alors, la sortie du (m,k)-filtre est contrainte par l'équation suivante :

$$\tilde{R}(t) - \tilde{R}(s) \leq \frac{m}{k} \cdot (\sigma + \rho \cdot t)$$